



数 学

(全卷共四个大题,满分 150 分,考试时间 120 分钟)

一、选择题:(本大题 10 个小题,每小题 4 分,共 40 分)在每个小题的下面,都给出了代号为 A、B、C、D 的四个答案,其中只有一个是正确的.

1. 6 的相反数是 ( )

- A. -6                      B.  $-\frac{1}{6}$                       C.  $\frac{1}{6}$                       D. 6

2. 下列图案中,是轴对称图形的是 ( )

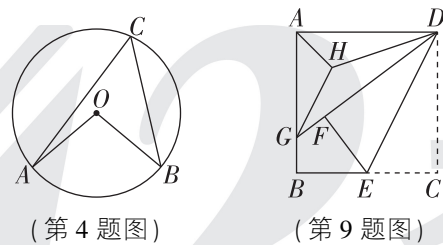


3. 下列调查中最适合采用全面调查(普查)的是 ( )

- A. 调查某种柑橘的甜度情况  
B. 调查某品牌新能源汽车的抗撞能力  
C. 调查某市垃圾分类的情况  
D. 调查全班观看电影《哪吒 2》的情况

4. 如图,点 A、B、C 在⊙O 上,∠AOB=100°,∠C 的度数是 ( )

- A. 40°                      B. 50°                      C. 80°                      D. 100°



5. 按如图所示的规律拼图案,其中第①个图中有 4 个圆点,第②个图中有 8 个圆点,第③个图中有 12 个圆点,第④个图中有 16 个圆点……按照这一规律,则第⑥个图中圆点的个数是 ( )



- A. 32                      B. 28                      C. 24                      D. 20

6. 反比例函数  $y = -\frac{12}{x}$  的图象一定经过的点是 ( )

- A. (2, 6)                      B. (-4, -3)                      C. (-3, -4)                      D. (6, -2)

7. 下列四个数中,最大的是 ( )

- A.  $6.18 \times 10^8$                       B.  $6.28 \times 10^8$                       C.  $6.18 \times 10^9$                       D.  $6.28 \times 10^9$

8. 某景区 2022 年接待游客 25 万人,经过两年加大旅游开发力度,该景区 2024 年接待游客达到 36 万人,那么该景区这两年接待游客的年平均增长率为 ( )

- A. 10%                      B. 20%                      C. 22%                      D. 44%

9. 如图,正方形 ABCD 的边长为 2,点 E 是 BC 边的中点,连接 DE,将△DCE 沿直线 DE 翻折到正方形 ABCD 所在的平面内,得△DFE,延长 DF 交 AB 于点 G. ∠ADG 和∠DAG 的平分线 DH、AH 相交于点 H,连接 GH,则△DGH 的面积为 ( )

- A.  $\frac{5}{8}$                       B.  $\frac{5}{4}$                       C.  $\frac{5\sqrt{5}}{8}$                       D.  $\frac{5\sqrt{5}}{4}$

10. 已知整式  $M: a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$ ,其中  $a_0$  为自然数, $n, a_1, a_2, \cdots, a_n$  为正整数,且  $a_0 + a_1 + \cdots + a_n = 4$ . 下列说法:

- ①满足条件的所有整式 M 中有且仅有 1 个单项式;  
②当  $n=3$  时,满足条件的所有整式 M 的和为  $4x^3 + 4x^2 + 4x + 1$ ;  
③满足条件的所有二次三项式中,当 x 取任意实数时,其值一定为非负数的整式 M 共有 3 个.

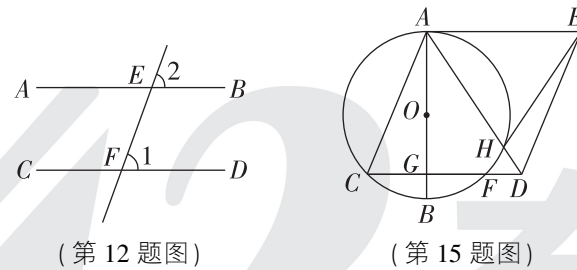
其中正确的个数是 ( )

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

二、填空题:(本大题 6 个小题,每小题 4 分,共 24 分)

11. 不透明袋子中有 1 个红球、3 个白球,这些球除颜色外无其他差别. 从袋子中随机摸出 1 个球,则摸出红球的概率是\_\_\_\_\_.

12. 如图,AB//CD,直线 EF 分别与 AB、CD 交于点 E、F. 若∠1=70°,则∠2 的度数是\_\_\_\_\_.



13. 若 n 为正整数,且满足  $n < \sqrt{26} < n+1$ ,则  $n =$ \_\_\_\_\_.

14. 若实数 x、y 同时满足  $x - |y| = 2, |x| - y = 4$ ,则  $x^y$  的值为\_\_\_\_\_.

15. 如图,AB 是⊙O 的直径,点 C 在⊙O 上,连接 AC. 以 AC 为边作菱形 ACDE,CD 交⊙O 于点 F,AB⊥CD,垂足为 G. 连接 AD,交⊙O 于点 H,连接 EH. 若 AG=12,GF=5,则 DF 的长度为\_\_\_\_\_,EH 的长度为\_\_\_\_\_.

16. 我们规定:一个四位数  $M = \overline{abcd}$ ,若满足  $a+b=c+d=10$ ,则称这个四位数为“十全数”. 例如:四位数 1 928,因为  $1+9=2+8=10$ ,所以 1 928 是“十全数”. 按照这个规定,最小的“十全数”是\_\_\_\_\_;一个“十全数” $M = \overline{abcd}$ ,将其千位数字与个位数字调换位置,百位数字与十位数字调换位置,得到一个新的数  $M' = \overline{dcba}$ ,记  $F(M) = \frac{M-M'}{909}, G(M) = \frac{M+M'}{11}$ . 若  $\frac{4F(M)+G(M)+15}{13}$  与  $\frac{\overline{ab+cd}}{17}$  均是整数,则满足条件的 M 的值是\_\_\_\_\_.

三、解答题:(本大题 2 个小题,每小题 8 分,共 16 分)解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤,画出必要的图形(包括辅助线).

17. 求不等式组:  $\begin{cases} 2x-2 < x, & \text{①} \\ \frac{x-1}{2} \leq \frac{2x-1}{3} & \text{②} \end{cases}$  的所有整数解.

18. 学习了角平分线和尺规作图后,小红进行了拓展性研究,她发现了角平分线的另一种作法,并与她的同伴进行交流. 现在你作为她的同伴,请根据她的想法与思路,完成以下作图和填空:

第一步:构造角平分线.

小红在∠AOB 的边 OA 上任取一点 E,并过点 E 作了 OA 的垂线(如图). 请你利用尺规作图,在 OB 边上截取 OF=OE,过点 F 作 OB 的垂线与小红所作的垂线交于点 P,作射线 OP,OP 即为∠AOB 的平分线(不写作法,保留作图痕迹).

第二步:利用三角形全等证明她的猜想.

证明:∵ PE⊥OA,PF⊥OB,

∴ ∠OEP=∠OFP=90°.

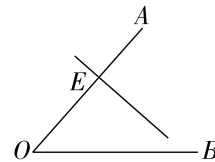
在 Rt△OEP 和 Rt△OFP 中,

$\begin{cases} \text{①} \\ \text{②} \end{cases}$ ,

∴ Rt△OEP≌Rt△OFP(HL),

∴ ③,

∴ OP 平分∠AOB.



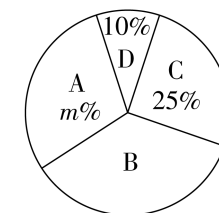
四、解答题:(本大题 7 个小题,每小题 10 分,共 70 分)解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤,画出必要的图形(包括辅助线).

19. 学校开展了航天知识竞赛活动,从七、八年级学生中各随机抽取 20 名学生的竞赛成绩(成绩为百分制且为整数)进行整理、描述和分析(成绩均不低于 60 分,用 x 表示,共分四组:A.  $90 \leq x \leq 100$ ;B.  $80 \leq x < 90$ ;C.  $70 \leq x < 80$ ;D.  $60 \leq x < 70$ ),下面给出了部分信息:

七年级 20 名学生竞赛成绩在 B 组中的数据是 83,84,84,84,85,87,88.

八年级 20 名学生竞赛成绩是 62,63,65,71,72,72,75,78,81,82,84,86,86,86,89,96,97,98,98,99.

七年级所抽取学生竞赛成绩扇形统计图



七、八年级所抽取学生竞赛成绩统计表

年级	七年级	八年级
平均数	82	82
中位数	a	83
众数	84	b

根据以上信息,解答下列问题:

- (1)上述图表中  $a=$  \_\_\_\_\_,  $b=$  \_\_\_\_\_,  $m=$  \_\_\_\_\_.
- (2)根据以上数据,你认为该校七、八年级中哪个年级学生航天知识竞赛的成绩较好? 请说明理由(写出一条理由即可).
- (3)该校七年级有学生 560 人,八年级有学生 500 人,请估计该校七、八年级参加此次竞赛成绩不低于 90 分的学生人数共是多少.

20. 先化简,再求值: $(x+1)(3x-1)-x(3x+1)+\frac{x^2-x}{x^2+2x+1}\div\left(\frac{1}{x}-\frac{2}{x+1}\right)$ ,其中  $x=|-3|+(\pi-4)^0$ .

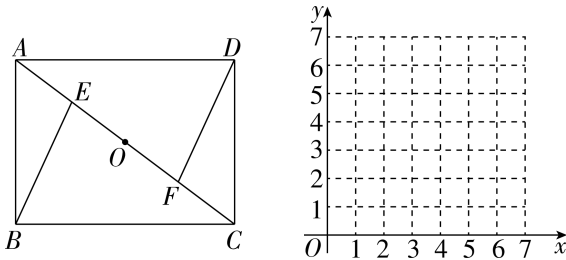
21. 列方程解下列问题:

某厂生产甲、乙两种文创产品. 每天生产甲种文创产品的数量比每天生产乙种文创产品的数量多 50 个,3 天时间生产的甲种文创产品的数量比 4 天时间生产的乙种文创产品的数量多 100 个.

- (1)求该厂每天生产的甲、乙文创产品数量分别是多少个.
- (2)由于市场需求量增加,该厂对生产流程进行了改进. 改进后,每天生产乙种文创产品的数量较改进前每天生产的数量增加同样的数量,且每天生产甲种文创产品的数量较改进前每天增加的数量是乙种文创产品每天增加数量的 2 倍. 若生产甲、乙两种文创产品各 1 400 个,乙比甲多用 10 天,求每天生产的乙种文创产品增加的数量.

22. 如图,点  $O$  为矩形  $ABCD$  的对角线  $AC$  的中点, $AB=3,BC=4$ .  $E,F$  是  $AC$  上的点( $E,F$  均不与  $A,C$  重合),且  $AE=CF$ ,连接  $BE,DF$ . 用  $x$  表示线段  $AE$  的长度,点  $E$  与点  $F$  的距离为  $y_1$ . 矩形  $ABCD$  的面积为  $S$ , $\triangle ABE$  的面积为  $S_1$ , $\triangle CDF$  的面积为  $S_2$ , $y_2=\frac{S}{S_1+S_2}$ .

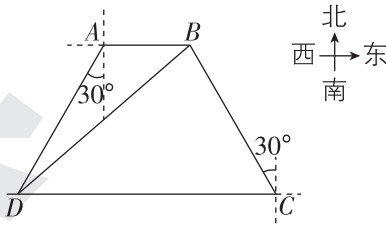
- (1)请直接写出  $y_1,y_2$  分别关于  $x$  的函数表达式,并写出自变量  $x$  的取值范围;
- (2)在给定的平面直角坐标系中画出函数  $y_1,y_2$  的图象,并分别写出函数  $y_1,y_2$  的一条性质;
- (3)结合函数图象,请直接写出  $y_1<y_2$  时  $x$  的取值范围(近似值保留小数点后一位,误差不超过 0.2).



23. 为加强森林防火,某林场采用人工瞭望与无人机巡视两种方式监测森林情况. 如图, $A,B,C,D$  在同一平面内.  $A$  是瞭望台,某一时刻,观测到甲无人机位于  $A$  的正东方向 10 千米的  $B$  处,乙无人机位于  $A$  的南偏西  $30^\circ$  方向 20 千米的  $D$  处. 两无人机同时飞往  $C$  处巡视, $D$  位于  $C$  的正西方向上, $B$  位于  $C$  的北偏西  $30^\circ$  方向上.

(参考数据:  $\sqrt{2}\approx 1.41, \sqrt{3}\approx 1.73, \sqrt{5}\approx 2.24, \sqrt{7}\approx 2.65$ )

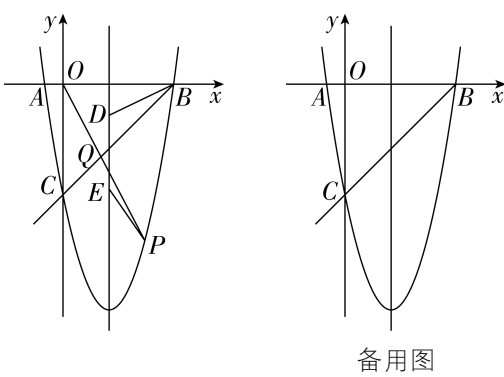
- (1)求  $BD$  的长度(结果保留小数点后一位);
- (2)甲、乙两无人机同时分别从  $B,D$  出发沿  $BC,DC$  往  $C$  处进行巡视,乙无人机速度为甲无人机速度的 2 倍. 当两无人机相距 20 千米时,它们可以开始相互接收到信号. 请问甲无人机飞离  $B$  处多少千米时,两无人机可以开始相互接收到信号(结果保留小数点后一位)?



24. 如图,在平面直角坐标系中,抛物线  $y=x^2+bx+c$  与  $x$  轴交于  $A,B(6,0)$  两点,与  $y$  轴交于点  $C$ ,抛物线的对称轴是直线  $x=\frac{5}{2}$ .

- (1)求抛物线的表达式;
- (2)点  $P$  是射线  $BC$  下方抛物线上的一动点,连接  $OP$  与射线  $BC$  交于点  $Q$ ,点  $D,E$  为抛物线对称轴上的动点(点  $E$  在点  $D$  的下方),且  $DE=4$ ,连接  $BD,PE$ . 当  $\frac{PQ}{OQ}$  取得最大值时,求点  $P$  的坐标及  $BD+PE$  的最小值;

(3)在(2)中  $\frac{PQ}{OQ}$  取得最大值的条件下,将抛物线  $y=x^2+bx+c$  沿射线  $BC$  方向平移  $2\sqrt{2}$  个单位长度得到抛物线  $y'$ ,点  $M$  为点  $P$  的对应点,点  $N$  为抛物线  $y'$  上的一动点. 若  $\angle NAB=\angle OPM-45^\circ$ ,请直接写出所有符合条件的点  $N$  的坐标,并写出求解点  $N$  的坐标的其中一种情况的过程.



25. 在  $\triangle ABC$  中, $AB=AC$ ,点  $D$  是  $BC$  边上一点(不与端点重合),连接  $AD$ . 将线段  $AD$  绕点  $A$  逆时针旋转  $\alpha$  得到线段  $AE$ ,连接  $DE$ .

- (1)如图(1), $\alpha=\angle BAC=60^\circ, \angle CAE=20^\circ$ ,求  $\angle ADB$  的度数;
- (2)如图(2), $\alpha=\angle BAC=90^\circ, BD<CD$ ,过点  $D$  作  $DG\perp BC, DG$  交  $CA$  的延长线于  $G$ ,连接  $BG$ . 点  $F$  是  $DE$  的中点,点  $H$  是  $BG$  的中点,连接  $FH,CF$ . 用等式表示线段  $FH$  与  $CF$  的数量关系并证明;
- (3)如图(3), $\angle BAC=120^\circ, \alpha=60^\circ, AB=8$ ,连接  $BE,CE$ . 点  $D$  从点  $B$  移动到点  $C$  过程中,将  $BE$  绕点  $B$  逆时针旋转  $60^\circ$  得线段  $BM$ ,连接  $EM$ ,作  $MN\perp CA$  交  $CA$  的延长线于点  $N$ . 当  $CE$  取最小值时,在直线  $AB$  上取一点  $P$ ,连接  $PE$ ,将  $\triangle APE$  沿  $PE$  所在直线翻折到  $\triangle ABC$  所在的平面内,得  $\triangle QPE$ ,连接  $BQ,MQ,NQ$ ,当  $BQ$  取最大值时,请直接写出  $\triangle MNQ$  的面积.

